

# 大規模コンペティションデータを活用した 現代ピアノ教育過程の数理的分析

Mathematical Analysis of Piano Educational Process  
Using Big Size Piano Competition Data

本間裕大\*  
Yudai HONMA

## 1 はじめに

本研究では、学生ピアノコンペティションの時系列採点データを活用し、戦後日本社会におけるピアノ教育過程を数理的に追及することを目的とする。

戦後日本社会におけるピアノ文化は極めて特徴的である<sup>3, 4, 5</sup>。戦前は都市中間層の子女に限定されていた階級文化が、戦後、一気に変容し大衆化した。要因の一つとして、楽器メーカーによる「音楽教室」の創設が挙げられよう。音楽教室はピアノ文化を情操教育として社会に普及させるのみならず、ピアノの購入、音楽大学への進学、ピアノ講師という職業の提供というピアノ文化の基盤整備に貢献した。また、1980年代以降に盛んとなる「学生ピアノコンペティション」の誕生も、ピアノ教育文化の向上に多大な貢献をしていることは明らかである。例えば、代表的であるピティナ・ピアノコンペティションへの参加者を見ると継続的な増加が確認でき、延べ参加者数は2014年には42,441組を数えた。

そこで本研究では、“1992～2015年度のピティナ全参加者の属性・選曲・採点結果”という延べ56万件規模のデータベースを解析し、ピアノ技術の伝承過程とそこから導かれる社会的距離、さらにはピアノ学習者の演奏技術習得過程に、焦点を当てる。本研究で着目するのは、(i) ピアノ教育における師弟関係と、(ii) 楽曲の習得過程、の2つに関する“ネットワーク”と“距離”である。時間・空間・難易度という3軸上で展開されるピアノ教育“過程”を定量的に解析することによって、ピアノ教育者が感覚的に認識していた仮説の可視化のみならず、その数学的帰結から導かれる新たな知見の創出を目指す。

## 2 データベースの概要

数理解析に先立ち、本研究で取り扱う、学生ピアノコンペティションの時系列採点データについて概説する。

本研究で用いたデータベースは、(社)全日本ピアノ指導者協会(PTNA)が1977年より実施しているピティナ・ピアノコンペティションに関するものである。そのうち、電子データが十分に整理されている1992年～2015年の過去24年間の実績を、今回は対象とした。ピティナ・ピアノコンペティションのデータベース(以下、ピティナDBと呼ぶ)には、表1に示した項目が収録されている。

表1 ピティナDBの収録項目

項目	説明
参加者ID	年度に関わらず参加者に対し固有
生年月日	上記参加者の生年月日
住所	個人が特定されない市区町村レベル
通学校	コンペの参加年度ごと
学年	"
指導者ID	"
参加級	"
選曲	"
コンペ結果	"

表2 ピティナDBのデータ規模

	関係者数	参加件数	課題曲数
規模(延べ)	195,255人	563,442件	60,728曲

また、そのデータ規模を表2に示す。

このピティナDBを整理することによって、(i) 師弟関係、(ii) 曲習得プロセスの2点に関するネットワークを形成することができる。当該ネットワークに対し、社会ネットワーク分析や空間相互作用モデルといった、数学的ネットワーク解析手法を適用し、定量的知見の獲得を目指す。

## 3 師弟関係の社会ネットワーク

まず、参加者が参加時に師事していた指導者に着目し、その社会ネットワークの関係を分析する。

人間関係の社会ネットワークに着目した研究は、例えば、映画の共演関係や論文の共著者関係など、多種多様な事例分析が存在する<sup>2)</sup>。そのような社会ネットワークに対しては、2000年代以降、数多くの解析手法も同時に提案されてきた。ここでは、その“定石”とも言うべき手法をピアノ教育の師弟ネットワークへと適用し、その特徴を探る。

### 3.1 師弟ネットワークの構築

ピティナ関係者20万人弱に関する師弟関係ネットワークを構築する。ここでは、師事年数など師弟関係の強さは

\* 東京大学生産技術研究所 准教授・博士(工学)

Assoc. Prof., Institute of Industrial Science, The University of Tokyo., Ph.D.

表3 師弟ネットワークのサイズ

ノード数	リンク数	最大クラスタ
195,255 人	379,774 件	131,900 人



図-1 師弟ネットワークの可視化 (一部分)

無視し,

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (\text{関係者 } i \text{ と } j \text{ が師弟関係にあったとき}) \\ 0 & (\text{関係者 } i \text{ と } j \text{ が師弟関係でないとき}) \end{cases} \quad (1)$$

を要素とする隣接行列  $A = \{a_{ij}\}$  で、ネットワークを表現し、“師弟ネットワーク”と呼ぶことにする。以降の解析を容易とするため、当該ネットワークは無向グラフである。師弟ネットワークのサイズを表3に示す。また、その一部を可視化したものを図1に示す。

なお、24年間全体での師弟関係を対象としたため、複数人に師事していたり、同一人物が弟子→指導者へと変化しているケースが多々あることに注意されたい。

### 3.2 度数分布

師弟ネットワーク  $A$  の度数分布を導出する。度数とは、各頂点 (=関係者) から出ているリンクの数である。度数  $k$  の確率密度

$$\{p(k)\} = \{p(0), p(1), p(2), \dots\} \quad (2)$$

を、一般に度数分布と呼ぶが、その際

$$p(k) \propto k^{-\alpha} \quad (3)$$

の関係が成立するクラスを“スケールフリー”と言う。スケールフリー性は、度数分布を両対数グラフで表現することによって確認でき、その傾きによって、ベキ指数  $\alpha$  の値も推定される。

以上の解析を、師弟ネットワーク  $A$  で試みた結果が図2である。これより、師弟ネットワークはスケールフリー性を有していることが確認でき、またそのベキ指数は

$$\alpha^{\text{師弟}} \approx 2.14 \quad (4)$$

と推定される。その定量的帰結として得られる知見は、

かなり大きな度数  $k$  (=弟子の数) を持つ頂点 (=指導者) が、少なからず存在する

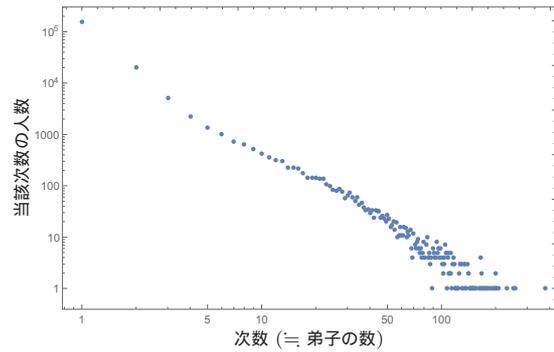


図-2 師弟ネットワークの度数分布

ことである。一般にベキ指数は  $2 \leq \alpha \leq 3$  となることが多いため、師弟ネットワークも、その典型例であることが導かれた。

### 3.3 クラスタ係数

次に、師弟ネットワークにおけるクラスタ係数について、議論する。クラスタ係数とは、端的に言えば“知り合いの知り合いが、自分の知り合いである可能性”について分析したものである。ここでは師弟関係を前提とした議論をしているため、ピアノ教育文化において当該現象が生じるのは、“指導者の指導者に師事する”こと、もしくは“指導者が下見として弟子を紹介した”結果と思われる(同じ指導者に師事する同年代の弟子同士が師弟関係になることは考え難い)。したがって、クラスタ係数の強弱は、ピアノ教育文化における指導者遷移過程から導かれるものと、考え得る。

本稿におけるクラスタ係数の定義は以下の通りである。まず、頂点ごとのクラスタ係数  $C_i$  を次で定義する。いま頂点  $v_i$  の度数を  $k_i$  とすると、 $k_i$  人いる関係者同士のペアの数は  $k_i C_2 = k_i(k_i - 1)/2$  である。そのうち、どれだけの割合にリンクが実際に張られているか、その割合が  $C_i$  となる。そのうえで、ネットワーク全体のクラスタ係数  $C$  は、その平均値

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \quad (5)$$

で与えられる。ただし  $N$  は師弟ネットワークの全頂点数である。

実際に、師弟ネットワークで  $C$  を計算した結果

$$C^{\text{師弟}} \approx 0.0 \quad (6)$$

となり、師弟ネットワークがいわゆる木構造を有していることが判明した。これを上述の議論に基づき言い換えると、

師弟関係にある2人が協力して、ある弟子を指導することは、ピアノ教育文化全体で見ると、極めて稀な行為である

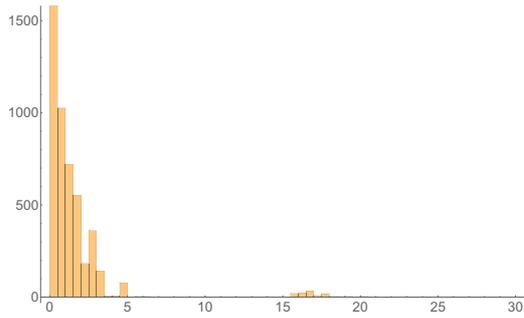


図-3 関係者の地利値分布

ことが明らかになったと解釈でき、ピアノ技術継承過程における重要な知見の一つと考える。

### 3.4 地利値の導出

本章の最後に、師弟ネットワークを用いた地利値の導出を行う。地利値とは、端的に言うところ“ネットワークのトポロジー関係から得られる各頂点の重要度”を数値化したものである<sup>6)</sup>。その重要度は“たくさんの頂点と関係にあるほど”、そして“関係している頂点が重要であるほど”強くなるよう定式化されており、Web 検索のページランク手法など、幅広い応用がなされている。

地利値は、当該ネットワーク隣接行列  $A$  の最大固有値の固有ベクトルを求めることによって、計算される。本稿における隣接行列  $A$  は  $(0, 1)$  行列であり、かつ実対称行列であることから、ペロン・フロベニウスの定理より、 $A$  は最大となる正の固有値を持ち、その最大固有値には非負の成分からなる固有ベクトルが属することが保証される。

いま、隣接行列  $A$  の最大固有値を  $\lambda_{\max}$ 、固有ベクトルを  $x$  とすると

$$A \cdot x = \lambda_{\max} x \quad (7)$$

である。このとき各頂点の固有ベクトル成分を  $x_i$  とすれば

$$x_i = \frac{1}{\lambda_{\max}} \sum_{j=1}^N a_{ij} x_j \quad (8)$$

である。すなわち、当該頂点が地利値の大きい他の頂点と結ばれているか、そして多数の頂点と結ばれているかで、その地利値が大きくなる。頂点の重要性を頂点同士の隣接関係に基づいて再帰的に記述する点が極めて興味深い。

師弟ネットワークの最大クラスタについて各頂点の地利値を導出した。平均が 1.0 となるよう調整した上での地利値の集計結果を図 3 に示す。一見なだらかな指数減少に見えるが、縦軸を 1,500 人で打ち切っていることに注意されたい。中央値が  $8.9 \times 10^{-5}$  であることから明らかのように、そのほとんどは、0.0001 にも満たない。事実、地利値が 0.1 未満の頂点数は 126,606 にも及ぶ。これはクラスタの 96.0% である。

一方で、地利値が 15~20 のところに小さなまとまりがあることから分かる通り、一部の関係者は非常に大きな

地利値を取り、その最大値は 5977.7 であった。すなわち、地利値という観点からは、

極めて重要度の高い関係者が、ごく少数であるが存在する

ことが示唆された。

## 4 師弟関係から導かれる社会的距離

本章では、ピティナ関係者の地理的分布とその師弟関係を同時に取り扱うことによって、各都道府県単位における、ピアノ教育文化と言う観点からの“社会的な近さ”を導出する。これによって、ピアノ教育文化がどのような地理的クラスタを形成しているのか、またその社会的な関係が時間とともにどのように変化してきたのか、が推察できる。

ピアノにおける師弟関係はしばしば県をまたいでいることも多い。これらの活動が、例えば関東・関西でどの程度の交流となっているか、さらには、より活発化しているのか定常的なのか、など、定量的分析からでこそ導かれる考察を試みる。

### 4.1 距離抵抗の変化

まず、経年変化を観察するため、ピティナ DB を以下に示す 3 期に分類する (8 年ごと)：

- 第 1 期：1992 年～1999 年
- 第 2 期：2000 年～2007 年
- 第 3 期：2008 年～2015 年

その上で、ゾーンを 47 都道府県で設定し、第  $t$  期において指導者が  $i$  県にあり、かつ弟子が  $j$  県にいるような師弟関係の数を  $T_{ij}^t$  で与える。

いま  $T_{ij}^t$  を  $i, j$  それぞれで集計し

$$O_i^t = \sum_j T_{ij}^t \quad (9)$$

$$D_j^t = \sum_i T_{ij}^t \quad (10)$$

とおく。これを用いて、二重制約型空間相互作用モデルである Wilson のエントロピー・モデル<sup>1)</sup> で  $T_{ij}^t$  を推定することを考えると

$$t_{ij}^t = A_i^t O_i^t B_j^t D_j^t \exp[-\gamma d_{ij}] \quad (11)$$

$$A_i^t = \left( \sum_j B_j^t D_j^t \exp[-\gamma d_{ij}] \right)^{-1} \quad (12)$$

$$B_j^t = \left( \sum_i A_i^t O_i^t \exp[-\gamma d_{ij}] \right)^{-1} \quad (13)$$

である。 $\gamma$  は“距離抵抗”の強さを示すパラメータで、これを推定することによって、遠方の指導者に師事するインテンシティが計れることになる。

表 4 師弟関係における距離抵抗の変化

	第 1 期	第 2 期	第 3 期
$\gamma$	0.106	0.108	0.135

上述の第 1～3 期それぞれについて、 $T_{ij}^t$  と  $t_{ij}^t$  の残差平方和が最小となるよう、距離抵抗  $\gamma$  の値を推定した。なお、 $d_{ij}$  は市区町村別の大圏距離を人口で加重平均したものをを用いた。結果を表 4 に示す。これより

師弟関係の構築における距離の負担感は、やや増加傾向にある

ことが読み解ける。

#### 4.2 逆算される社会的距離

上述した Wilson のエントロピー・モデルは、その再現性の高さに定評があるが、決してその誤差が 0 となるわけではない。そこで推定したパラメータを用いて、

$$T_{ij}^t = A_i^t O_i^t B_j^t D_j^t \exp[-\gamma s_{ij}] \quad (14)$$

を  $s_{ij}$  について解くことによって、作用量を再現する距離を逆算する。 $s_{ij}$  は、師弟関係における  $i$  県と  $j$  県の“社会的距離”と解釈できる。

そのうえで、社会的距離  $s_{ij}$  をできる限り表現し得るよう、多次元尺度法を用いて 2 次元平面上に県名をプロットしたのが図 4 である。仮に、社会的距離と実距離が一致していれば、ここには日本列島が再現されるのであるが、図 4 から分かるように、その形状はいくぶん歪んでいる。特に、大都市圏である東京・神奈川・愛知・大阪が、いずれの時期でも極めて近く配置されている（＝交流が盛んである）ことが興味深い。一方で、地方同士の結びつきが時期とともに変化していることも読み解け、ピアノ教育文化のダイナミクスが感じられる。すなわち、

ピアノ教育文化は三大都市圏での交流を中心とし、それに地方都市が付随している

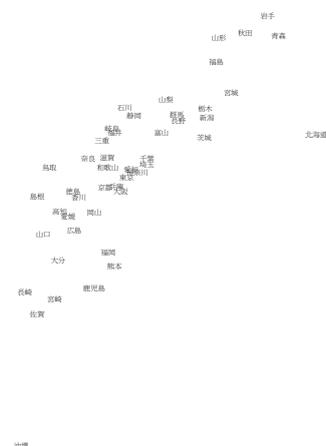
ことが示唆された。

### 5 ピアノ習得過程における楽曲関係

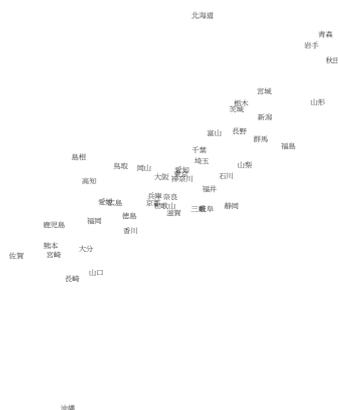
最後に、“楽曲”に注目した分析をしたい。具体的に本章では、課題曲とそれを弾いたときの年齢に着目し、ピティナ参加者がどのようなピアノ習得過程を踏んでいるのか明らかにする。

#### 5.1 代表的課題曲の平均習得年齢

前述のように、ピティナ DB には、全ての参加者について生年月日が記録されているため、その課題曲を弾いた年齢を計算することができる。そこで、1992～2015 年の各年度において、表 5 に示すような、代表的課題曲を弾いた参加者の平均年齢を計算した。いくつかの年度について、同じく表 5 にその平均年齢を示す（欠損部分は電子データが未整理）。これより、ショパンのエチュードを除くと、



(a) 1992～1999 年



(b) 2000～2007 年



(c) 2008～2015 年

図-4 社会的距離に基づく日本列島

表 5 代表的課題曲の平均年齢

課題曲 \ 年度	1994	2004	2014
ショパン：エチュード	21.73	16.03	15.57
モーツァルト：ソナタ	12.77	14.01	14.24
ベートーヴェン：ソナタ	16.68	16.50	15.44
ハイドン：ソナタ	15.50	14.73	14.24
スカルラッチィ：ソナタ	—	14.41	15.23
バッハ：平均律	18.23	16.32	16.27
バッハ：シンフォニア	13.73	13.71	13.63
バッハ：インベンション	12.21	11.79	11.73
バスターンメソッド	8.29	7.45	7.73
メトードローズ	—	6.42	6.29
バイエル	6.79	—	6.21

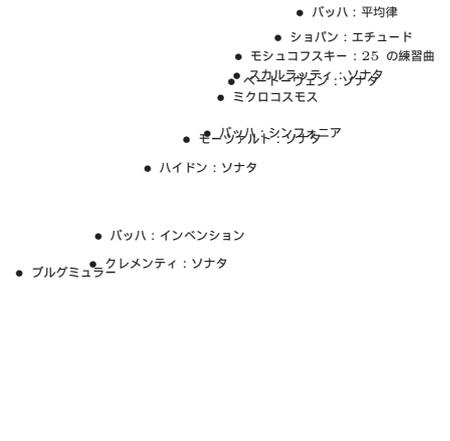


図-5 代表的課題曲の難易度関係

おおよそその平均年齢が安定しており、また一般的に認知されている課題曲の難易度とも、ほぼ整合的であることが確認できる。すなわち、

課題曲に対する参加者の“難易度感”は、ショパンのエチュードを除き、ここ 25 年近く変化していない

ことが判明する。

## 5.2 ピアノ習得過程のネットワーク

前節の平均年齢を見るだけでも、その楽曲の難易度はおおよそ推測でき、また課題曲を通したピアノの習得過程も推察できる。一方で、上述の平均年齢を算出する際、その対象となる母集団は各々異なることに注意しなければならない。例えば、2014 年におけるバッハ：インベンションとシンフォニアの平均年齢差は 1.90 歳であるが、それぞれを弾いた参加者は異なるのであるから、インベンションからシンフォニアに到達するまで 1.90 年であるという結論は保証されない。ある課題曲  $X$  からある課題曲  $Y$  に進むまで何年かかるかを、より適切に分析するためには、“同一の参加者”が  $X$  と  $Y$  を (異なる年度で良いから) 弾いた、というデータを集計する必要がある。

そこで、ピティナ DB から表 5 を中心とする代表的な課題曲のうち 2 曲以上を実際に弾いた参加者、計 41,113 名を抽出し、曲  $X$  から曲  $Y$  を弾くまで何年かかったを全て計算・集計した。これは課題曲に関する“距離行列”と見なせる。その距離行列をできる限り再現するよう、2 次元上に課題曲をプロットしたのが図 5 である。これより

課題曲の“難易度感”はおおよそ直線的に増加しており、その習得には、ステップを踏む必要がある

ことが判明する。

## 6 おわりに

本研究では、学生ピアノコンペティションに関する 56 万件規模のデータベースを解析し、ピアノ技術の伝承過程とそこから導きかれる社会的距離、さらにはピアノ学習者

の演奏技術習得過程について、数理的分析を行った。そこで着目されたのは、(i) ピアノ教育における師弟関係と、(ii) 楽曲の習得過程、の 2 つに関する“ネットワーク”と“距離”であり、時間・空間・難易度という 3 軸上で展開されるピアノ教育“過程”が多角的視点から明らかにされたことに意義がある。

ただし、ピアノは“スポーツでもなければ曲芸でもない”ことを最後に強調しておきたい。偉大な作曲家の作品を、本当の意味で理解し、また演奏することは一生をかけても追及し切れない。数値だけでは追いかけることができない魅惑ある芸術への敬意をここに表し、本稿の結びとしたい。

## 謝辞

本研究は、2016 年度ヤマハ音楽支援制度「研究活動支援」の補助を受けました。ここに厚く御礼申し上げます。また、(社)全日本ピアノ指導者協会 (PTNA)・専務理事の福田成康先生からは、過去 24 年・延べ 56 万人規模の PTNA ピアノコンペティションデータ ( ) の提供という、格別のお心遣いを頂戴しております。ここに深く感謝申し上げます。

：プライバシー保護の観点から、個人情報情報を削除した後に頂戴いたしました。

## 参考文献

- 1) 栗田 治 (2013)：都市と地域の数理モデル—都市解析における数学的方法—、共立出版。
- 2) 増田直紀、今野紀雄 (2005)：複雑ネットワークの科学、産業図書。
- 3) 本間千尋 (2012)：日本におけるピアノ文化の普及—高度経済成長期の大衆化を中心として、慶應義塾大学大学院社会学研究科紀要, 74, pp.33-54。
- 4) 本間千尋 (2013)：戦後日本におけるクラシック音楽に関する研究—文化資本としてのクラシック音楽と近代的聴衆の崩壊、三田学会雑誌, 106-2, pp.111-133。
- 5) 本間千尋 (2014)：1980 年代以降のピアノ文化—ピアノ文化の繁栄と高級なアマチュア、慶應義塾大学大学院社会学研究科紀要, 78, pp.85-107。
- 6) 鶴飼孝盛、栗田治 (2003)：交通網により生成される都市平面状の地利値分布—首都圏鉄道網に基づく地理値メッシュ地図—、都市計画論文集, 38-3, pp.163-168。